অধ্যায়-১৩ পিরামিড-এর পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও আয়তন

SOS অতি সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

**** ১। পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের সূত্রটি লেখ।**

সমাধান ঃ পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল=পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল+ভূমির ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2}Pl + A$$

***** ২। একটি পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল 50 সে.মি. এবং উচ্চতা 15 সে.মি. হলে এর আয়তন কত?** বাকাশিবো- ১৯৯১, ০১'পরি, ০২, ০৫, ১২, ১৩

সমাধান ঃ এখানে, $A = 50$ বর্গ সে.মি.

$h = 15$ সে.মি.

আমরা জানি, পিরামিডের আয়তন, $V = \frac{1}{3}Ah$

$$\text{বা, } V = \frac{1}{3} \times 50 \times 15$$
$$= 50 \times 5$$
$$= 250 \text{ ঘন সে.মি. } \textbf{(Ans.)}$$

*** ৩। পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল 50 বর্গ মিটার, উচ্চতা 10 মিটার হলে আয়তন কত?** বাকাশিবো- ১৯৯০, ৯২, ২৪'পরি

সমাধান ঃ আমরা জানি, পিরামিডের আয়তন, $V = \frac{1}{3}Ah$

$$= \frac{1}{3} \times 50 \times 10$$

$$= \frac{500}{3}$$

$= 166.67$ ঘন মিটার (প্রায়) **(Ans.)**

**** ৪। বর্গাকার ভূমি বিশিষ্ট পিরামিডের উচ্চতা 6 সে.মি. এবং ভূমির পরিসীমা 20 সে.মি. হলে আয়তন কত?** বাকাশিবো- ২০০১, ১১

সমাধান ঃ মনে করি, বর্গাকার ভূমির বাহু $= a$ সে.মি.

আমরা জানি, বর্গাকার ভূমির পরিসীমা $= 4a$

বা, $4a = 20$

বা, $a = \frac{20}{4} = 5$ সে.মি.

$\therefore$ ভূমির ক্ষেত্রফল, $A = a^2 = 5^2 = 25$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ পিরামিডের আয়তন $= \frac{1}{3}Ah = \frac{1}{3} \times 25 \times 6$

$= 25 \times 2 = 50$ ঘন সে.মি. **(Ans.)**

SOS সংক্ষিপ্ত প্রশ্নোত্তর ঃ

**** ১। একটি পিরামিড 10 মিটার, 10 মিটার ও 12 মিটার বাহু বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজাকার ভূমির উপর দন্ডায়মান। এর উচ্চতা 12 মিটার হলে পিরামিডের আয়তন কত?** বাকাশিবো- ১৯৯১, ৯২'পরি, ১২, ২৫'পরি

সমাধান ঃ মনে করি, পিরামিডের ভূমির বাহু তিনটি যথাক্রমে $a = 10$ মিটার, $b = 10$ মিটার, $c = 12$ মিটার এবং উচ্চতা $h = 12$ মিটার

আমরা জানি, পরিসীমা $2s = a + b + c$

$\therefore s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{10+10+12}{2} = \frac{32}{2} = 16$ [এখানে s হলো অর্ধপরিসীমা]

$\therefore$ পিরামিডটির ভূমির ক্ষেত্রফল,

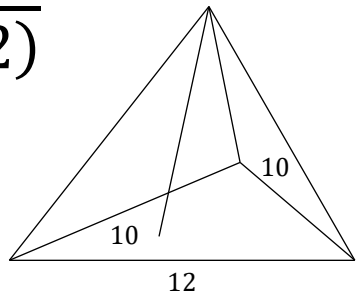
$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ [ভূমি একটি ত্রিভূজ]

$= \sqrt{16(16-10)(16-10)(16-12)}$

$= \sqrt{16 \times 6 \times 6 \times 4}$

$= \sqrt{2304}$

$= 48$ বর্গ মিটার



$\therefore$ পিরামিডটির আয়তন, $V = \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3}Ah = \frac{1}{3} \times 48 \times 12$

$= 48 \times 4$

$= 192$ ঘন মিটার **(Ans.)**

***** ২। একটি সমপিরামিডের ভূমি আয়তাকার। যার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 18 সে.মি. এবং 12 সে.মি.। এর দীর্ঘতম বাহুর দিকে হেলানো উচ্চতা 15 সে.মি হলে পিরামিডের আয়তন কত?**

বাকাশিবো- ১৯৯০,৯১, ১১, ১৩, ১৫

সমাধান ঃ মনে করি, OABCD আয়তাকার পিরামিডের ভূমির দৈর্ঘ্য AB= 18 সে.মি. প্রস্থ BC=12 সে.মি. এবং হেলানো উচ্চতা OE=15 সে.মি.

আমরা জানি, পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল, $A =$ দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ

$A = 18\times12=216$ বর্গ সে.মি.

OGE সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$$

বা, $OE^2 = OG^2 + GE^2$

বা, $OG^2 = OE^2 - GE^2$

বা, $OG^2 = (15)^2 - 6^2$

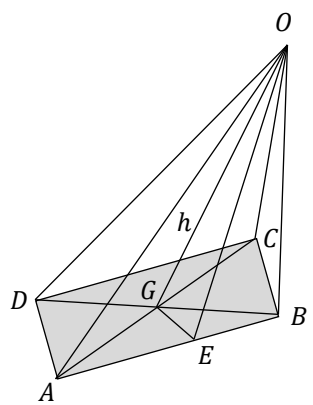
বা, $OG^2 = 225 - 36$

বা, $OG^2 = 189$

বা, $h = OG = \sqrt{189}$

$= 13.75$ সে.মি

$BC = 2GE$, যেহেতু আয়তক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে



$\therefore$ পিরামিডটির আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3}Ah$

$= \frac{1}{3} \times 216 \times 13.75$

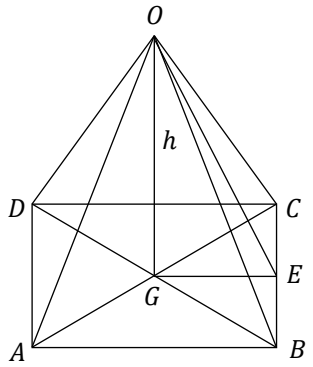
$=72\times13.75 =990$ ঘন সে.মি **(Ans.)**

***** ৩। একটি পিরামিড 12 সে.মি. দৈর্ঘ্য ও 9 সে.মি. প্রস্থবিশিষ্ট একটি আয়তাকার ভূমির উপর অবস্থিত। ক্ষুদ্রতম বাহুর পার্শ্বতল হতে হেলানো উচ্চতা 10 সে.মি হলে পিরামিডের আয়তন বের কর।**

বাকাশিবো- ২০০১'পরি, ০৬, ১০'পরি

সমাধান ঃ মনে করি, $OABCD$ ত্রিভুজের দৈর্ঘ্য $AB = 12$ সে.মি. এবং প্রস্থ $BC = 9$ সে.মি. এবং হেলানো তলের উচ্চতা $OE = 10$ সে.মি.

ত্রিভুজ OGE হতে পাই,



পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

$$OE^2 = OG^2 + GE^2$$

$$OG^2 = OE^2 - GE^2$$

$$OG^2 = (10)^2 - 6^2$$

$$OG^2 = 100 - 36 \qquad [GE = \frac{AB}{2} = 6 \text{ সে. মি.}]$$

$$OG^2 = 64$$

$$\therefore OG = 8$$

$$\therefore h = 8 \text{ সে.মি.}$$

$\therefore$ পিরামিডের আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3} \times$ দৈর্ঘ্য $\times$ প্রস্থ $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3} \times 12 \times 9 \times 8$

$= 288$ ঘন সে.মি **(Ans.)**

*** ৪। একটি সমপিরামিডের ভূমি 12 সে.মি. বাহুবিশিষ্ট বর্গাকার ক্ষেত্র। এর আয়তন 576 ঘন সে.মি. হলে, পিরামিডের উচ্চতা নির্ণয় কর।

বাকাশিবো- ১৯৯২, ২০১৪, ১৯'পরি

সমাধান ঃ এখানে, ভূমি $= 12$ সে.মি.

আয়তন $V = 576$ ঘন সে.মি.

মনে করি, পিরামিডের উচ্চতা $= h$ সে.মি.

আমরা জানি, বর্গাকার পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল $A = (\text{বাহুর দৈর্ঘ্য})^2$

$= (12)^2 = 144$

আবার আমরা জানি, পিরামিডের আয়তন $= \frac{1}{3} \times$ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

বা, $576 = \frac{1}{3} \times 144 \times h$

বা, $144h = 1728$

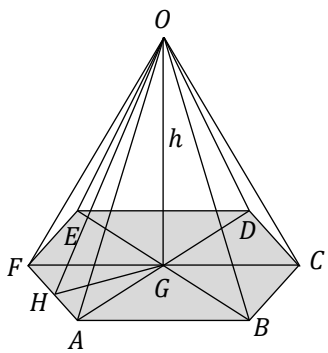
বা, $h = \frac{1728}{144}$

$\therefore h = 12$ সে.মি. **(Ans.)**

SOS রচনামূলক প্রশ্নোত্তর ঃ

*** ১। একটি ষড়ভুজাকৃতি ভূমিবিশিষ্ট পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল $54\sqrt{3}$ বর্গ একক এবং পার্শ্বস্থ প্রত্যেকটি তলের ক্ষেত্রফল $9\sqrt{6}$ বর্গ একক। পিরামিডের আয়তন বের কর। বাকাশিবো- ১৯৮৬, ৮৭, ৮৮, ৮৯

সমাধান ঃ মনে করি, $OABCDE$ ষড়ভুজাকৃতি পিরামিডের ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য a একক।



$\therefore$ ভূমির ক্ষেত্রফল, $A = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$

বা, $54\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$

বা, $3a^2 = 108$

বা, $a^2 = \frac{108}{3} = 36$

$\therefore a = 6 = AF$

যেহেতু, ΔAGF সমবাহু ত্রিভুজ

[ষড়ভুজের অন্তস্থ ত্রিভুজ ৬ টি সমবাহু ত্রিভুজ হবে]

$\therefore$ মধ্যমা $GH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times$ বাহু

$GH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times a$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6$

$= 3\sqrt{3}$ একক

আর পার্শ্বতল AOF এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{2} AF.OH$

বা, $9\sqrt{6} = \frac{1}{2} \times 6 \times OH$

বা, $310H = 9\sqrt{6}$

বা, $OH = \frac{9\sqrt{6}}{3}$

$\therefore OH = 3\sqrt{6}$ একক

সমকোণী ত্রিভুজ OGH হতে পাই, $(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

বা, $OA^2 = OG^2 + GH^2$

বা, $OG^2 = OH^2 - GH^2$

বা, $OG^2 = \left(3\sqrt{6}\right)^2 - \left(3\sqrt{3}\right)^2$

বা, $OG^2 = (9 \times 6) - (9 \times 3)$

বা, $OG^2 = 54 - 27$

বা, $OG = \sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3} = h$

$\therefore$ পিরামিডের আয়তন $V = \frac{1}{3} \times$ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3} \times 54\sqrt{3} \times 3\sqrt{3}$

$= 18 \times \sqrt{3} \times 3\sqrt{3}$

$= 54 \times \left(\sqrt{3}\right)^2$

$= 54 \times 3 = 162$ ঘন একক **(Ans.)**

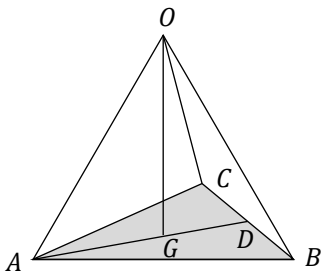
**** ২। একটি সমপিরামিডের ভূমি সমবাহু ত্রিভুজ, যার বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সে.মি.। পিরামিডের হেলানো ধারের দৈর্ঘ্য 8 সে.মি. হলে এর আয়তন ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০০০'পরি

সমাধান ঃ মনে করি, OABC পিরামিডের ভূমি ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ, যার বাহু a=6 সে.মি. এবং এর হেলানো ধারের দৈর্ঘ্য OA=8 সে.মি.।

$\therefore$ মধ্যমা $AD = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ $[AG : AD = 2 : 3]$

$\therefore AG = 3\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = 2\sqrt{3}$ সে.মি.

[G = ভরকেন্দ্র, $\therefore AG : GD = 2 : 1$]



[**Note** ঃ ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় যে বিন্দুতে ছেদ করে তাকে ভরকেন্দ্র বলে, আর ভরকেন্দ্র 2:1 এ অন্তর্বিভক্ত হয়]

OAG সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$$

$$\text{বা, } OA^2 = OG^2 + AG^2$$

$$\text{বা, } OG^2 = OA^2 - AG^2$$

$$\text{বা, } h = OG = \sqrt{8^2 - (2\sqrt{3})^2}$$

$$\text{বা, } h = \sqrt{64 - (4 \times 3)}$$

$$\text{বা, } h = \sqrt{64 - 12}$$

$$\text{বা, } h = \sqrt{52}$$

$$\therefore h = 7.21 \text{ সে.মি.}$$

আমার জানি,

পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল, $A = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 36$

$= 9 \times \sqrt{3}$

$= 15.59$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ পিরামিডের আয়তন $V = \frac{1}{3} \times$ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3}Ah$

$= \frac{1}{3} \times 15.59 \times 7.21$

$= \frac{112.4}{3}$

$= 37.47$ ঘন সে.মি. **(Ans.)**

ΔOAB সমবাহু ত্রিভুজ ।

$\therefore$ ধারের দৈর্ঘ্য $a = 8 = OA = OB$

ভুমি, $C - 6 = AB$

সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{C}{4}\sqrt{4a^2 - c^2}$

এখানে, $a = 8$ সে.মি.

$c = 6$ সে.মি.

আবার, পিরামিডের পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল $= 3 \times \frac{c}{4}\sqrt{4a^2 - c^2}$

$$= 3 \times \frac{6}{4}\sqrt{(4 \times 8)^2 - 6^2}$$
$$= \frac{18}{4} \times \sqrt{256 - 36}$$
$$= \frac{18}{4} \times \sqrt{220}$$
$$= \frac{18}{4} \times 14.8$$
$$= 66.75 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

∴ পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = পার্শ্বস্থলের ক্ষেত্রফল + ভূমির ক্ষেত্রফল

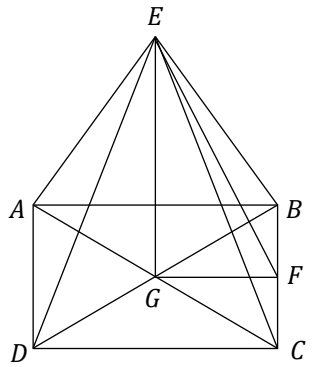
$$= (66.75 + 15.59)$$
$$= 82.3 \text{ বর্গ সে.মি. } \textbf{(Ans.)}$$

**** ৩। একটি পিরামিড 10 সে.মি. বাহু বিশিষ্ট বর্গাকার ভূমির উপর অবস্থিত। এটির উচ্চতা 12 সে.মি. হলে পিরামিডের আয়তন ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।** বাকাশিবো- ২০১৩, ১৮'পরি

সমাধান ঃ দেওয়া আছে,

পিরামিডের ভূমির বাহুর দৈর্ঘ্য $= 10$ সে.মি.

এবং উচ্চতা $= 12$ সে.মি.



∴ বর্গাকৃতি পিরামিডের ভূমির ক্ষেত্রফল $= (\text{বাহু})^2$

$$= 10 \times 10$$
$$= 100 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

আমরা জানি, পিরামিডের আয়তন $V = \frac{1}{3} \times$ভূমির ক্ষেত্রফল $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{3} \times 100 \times 12$

$= 400$ ঘন সে.মি. **(Ans.)**

চিত্র হতে, $GF = \frac{1}{2} \times CD = \frac{1}{2} \times 10 = 5$ সে.মি.

EGF সমকোণী ত্রিভুজ হতে পাই,

$(\text{অতিভুজ})^2 = (\text{লম্ব})^2 + (\text{ভূমি})^2$

বা, $EF^2 = EG^2 + GF^2$

$= (12)^2 + 5^2$

$= 144 + 25 = 169$

$\therefore$ হেলানো উন্নতি, $EF = 13$ সে.মি.

আবার ভূমির পরিসীমা $= 4 \times$ বাহুর দৈর্ঘ্য $= 4 \times 10 = 40$ সে.মি.

$\therefore$ পিরামিডের পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল, $= \frac{1}{2} \times$ ভূমির পরিসীমা $\times$ হেলানো উন্নতি

$= \frac{1}{2} \times 40 \times 13$

$= 20 \times 13$

$= 260$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ পিরামিডের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল = পার্শ্বতলের ক্ষেত্রফল + ভূমির ক্ষেত্রফল

$= 260 + 100$

$= 360$ বর্গ সে.মি. **(Ans.)**